

## Załącznik 2

### „CIAGI I SZEREGI - czyli ... stąd do nieskończoności!”

#### Zadania przygotowawcze do II etapu

Zadania przygotowawcze zawierają dwa zestawy zadań:

**ZESTAW 1. oraz ZESTAW 2. wraz z odpowiedziami.**

#### **ZESTAW 1.**

1. Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{n+15}{11}$ .  
Sprawdź czy istnieje wyraz tego ciągu równy 1,6.
2. Liczby  $x - 1, 2x, x + 3$  są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Oblicz  $x$
3. Suma dziesięciu wyrazów początkowych pewnego ciągu geometrycznego o ilorazie  $q = 2$  wynosi 341. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
4. Oblicz sumę siedmiu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w którym  $a_3 = 7$  i  $a_{13} - a_9 = 20$
5. Piłka odbijając się od ziemi osiąga za każdym razem wysokość wynoszącą  $\frac{3}{4}$  poprzedniej. A za trzecim razem wysokość 54cm. Na jaką wysokość odbiła się piłka za pierwszym razem?
6. Wykaż że ciąg  $a_n = 5 \cdot 2^{n+1}$  jest geometryczny.
7. Liczby  $(4, x, y)$  tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli drugą liczbę zwiększymy o 1, a trzecią zwiększymy o 3, to otrzymamy ciąg geometryczny wyznacz liczby  $x$  i  $y$ .
8. Czwartym wyrazem ciągu arytmetycznego jest  $2 \log_2 8$ , a siódmy wyraz to  $\frac{6-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + 8\sqrt{3}$   
Wyznacz ten ciąg. Ile początkowych wyrazów należy wziąć aby ich suma była równa 14550?

Odp

- 1 nie
- 2  $x=1$
- 3  $a_1 = \frac{1}{3}$
- 4 84
- 5 96 cm
- 7  $x=1, y= -2$  lub  $x=5, y= 6$
- 8  $a_1 = -3, r = 3, n = 100$

## ZESTAW 2.

- I. Ciąg  $(a_n)$  jest ciągiem geometrycznym, w którym  $a_5 = 1$  i  $a_7 = 16$ . Wyznacz szósty wyraz tego ciągu.
- II. Ciąg  $(a_n)$  jest ciągiem arytmetycznym, w którym czwarty wyraz jest równy 4, a ósmy 16. Wyznacz pierwszy wyraz tego ciągu.
- III. Dany jest ciąg arytmetyczny:  $-7, -4, -1, \dots$ . Wyznacz pięćdziesiąty wyraz tego ciągu.
- IV. Liczby  $x - 2, 6, 12$  w podanej kolejności są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz  $x$ .
- V. Liczby  $4, x, 9$  w podanej kolejności są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Oblicz  $x$ .
- VI. W ciągu arytmetycznym dane są wyrazy  $a_1 = 5, a_3 = -1$ . Wyznacz różnicę tego ciągu.
- VII. Oblicz sumę dziewięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym  $a_2 = 4, a_5 = -32$ .
- VIII. Oblicz dwudziesty wyraz nieskończonego ciągu arytmetycznego:  $-17, -13, -9, -5, \dots$
- IX. Liczby  $2, -1, -4$  są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego  $a_n$ . Wyznacz ogólny wyraz tego ciągu.
- X. Dany jest ciąg arytmetyczny w którym  $a_1 = 4, a_4 = 10$ . Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów tego ciągu.
- XI. Liczby:  $\sqrt{2} + 1, \frac{1}{\sqrt{2}+1}, \sqrt{2} - 3$  są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wyznacz różnicę tego ciągu.
- XII. W ciągu arytmetycznym  $a_1 = 3, r = -0,4$ . Wyznacz szesnasty wyraz tego ciągu.
- XIII. Oblicz sumę dziewięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w którym  $a_1 = -5, r = 2$
- XIV. Oblicz sumę pięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w którym  $a_1 = 1, q = 2$

Odp

- I. 4 lub -4
- II -5
- III 140
- IV 5
- V 6
- VI -3
- VII -342
- VIII 59
- IX  $a_n = -3n + 5$
- X 28
- XI -2
- XII -3
- XIII 27
- XIV 31