

Załącznik 2

„CIAĞI I SZEREGI - czyli ... stąd do nieskończoności!”

Zadania przygotowawcze do II etapu

Zadania przygotowawcze zawierają dwa zestawy zadań: ZESTAW 1. Oraz ZESTAW 2. wraz z odpowiedziami.

ZESTAW 1.

1. Dany jest ciąg o wyrazie ogólnym $a_n = \frac{n+15}{11}$.
Sprawdź czy istnieje wyraz tego ciągu równy 1,6.
2. Liczby $x - 1, 2x, x + 3$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Oblicz x
3. Suma dziesięciu wyrazów początkowych pewnego ciągu geometrycznego o ilorazie $q = 2$ wynosi 341. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
4. Oblicz sumę siedmiu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w którym $a_3 = 7$ i $a_{13} - a_9 = 20$
5. Piłka odbijając się od ziemi osiąga za każdym razem wysokość wynoszącą $\frac{3}{4}$ poprzedniej. A za trzecim razem wysokość 54cm. Na jaką wysokość odbiła się piłka za pierwszym razem?
6. Wykaż że ciąg $a_n = 5 \cdot 2^{n+1}$ jest geometryczny.
7. Liczby $(4, x, y)$ tworzą ciąg arytmetyczny. Jeżeli drugą liczbę zwiększymy o 1, a trzecią zwiększymy o 3, to otrzymamy ciąg geometryczny wyznacz liczby x i y .
8. Czwarty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy $2 \log_2 8$, a siódmy wyraz to $\frac{6-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + 8\sqrt{3}$
Wyznacz ten ciąg. Ile początkowych wyrazów należy wziąć aby ich suma była równa 14550?

Odp

- 1 nie
- 2 $x=1$
- 3 $a_1 = \frac{1}{3}$
- 4 84
- 5 96 cm
- 7 $x=1, y= -2$ lub $x=5, y= 6$
- 8 $a_1 = -3, r = 3, n = 100$

ZESTAW 2.

- I. Ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym, w którym $a_5 = 1$ i $a_7 = 16$. Wyznacz szósty wyraz tego ciągu.
- II. Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym, w którym czwarty wyraz jest równy 4, a ósmy 16. Wyznacz pierwszy wyraz tego ciągu.
- III. Dany jest ciąg arytmetyczny: $-7, -4, -1, \dots$. Wyznacz pięćdziesiąty wyraz tego ciągu.
- IV. Liczby $x - 2, 6, 12$ w podanej kolejności są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz x .
- V. Liczby $4, x, 9$ w podanej kolejności są kolejnymi wyrazami rosnącego ciągu geometrycznego. Oblicz x .
- VI. W ciągu arytmetycznym dane są wyrazy $a_1 = 5, a_3 = -1$. Wyznacz różnicę tego ciągu.
- VII. Oblicz sumę dziewięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym $a_2 = 4, a_5 = -32$.
- VIII. Oblicz dwudziesty wyraz nieskończonego ciągu arytmetycznego: $-17, -13, -9, -5, \dots$
- IX. Liczby $2, -1, -4$ są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego a_n . Wyznacz ogólny wyraz tego ciągu.
- X. Dany jest ciąg arytmetyczny w którym $a_1 = 4, a_4 = 10$. Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów tego ciągu.
- XI. Liczby: $\sqrt{2} + 1, \frac{1}{\sqrt{2}+1}, \sqrt{2} - 3$ są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wyznacz różnicę tego ciągu.
- XII. W ciągu arytmetycznym $a_1 = 3, r = -0,4$. Wyznacz szesnasty wyraz tego ciągu.
- XIII. Oblicz sumę dziewięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w którym $a_1 = -5, r = 2$
- XIV. Oblicz sumę pięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w którym $a_1 = 1, q = 2$

Odp

- | | |
|------|-----------------|
| I. | 4 lub -4 |
| II | -5 |
| III | 140 |
| IV | 5 |
| V | 6 |
| VI | -3 |
| VII | -342 |
| VIII | 59 |
| IX | $a_n = -3n + 5$ |
| X | 28 |
| XI | -2 |
| XII | -3 |
| XIII | 27 |
| XIV | 31 |